

А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;
В.А. ПАВЛОВ, инженер ХНАДУ "ХАДИ";
А. КОЛИСНИК, студент ХНАДУ "ХАДИ"

ОПИСАНИЕ ЭВОЛЕНТЫ И ЕЕ СВОЙСТВ

Записано дифференциальное уравнение эволюты, выполнено описание и определены свойства эволюты, которая является линией зацепления в эволютной зубчатой передаче.

Записано диференціальне рівняння еволенти, здійснено опис та визначено властивості еволенти, що є лінією зацеплення в еволютній зубчастій передачі.

The evolent's differential equation is written down, the description is lead and properties of evolent, which serves as a line of action in a tooth gearing, are certain.

Постановка вопроса. Эволюта – это линия зацепления [1] в эволютных передачах [2], основное свойство которой состоит в том, что нормали во всех точках кривой пересекаются в одной точке [3].

Цель работы – описать эволюту и исследовать ее свойства.

Дифференциальное уравнение, решением которого является эволюта, запишем на основании построений, выполненных на рисунке 1. Эволюта располагается между прямой WA , являющейся линией зацепления эвольвентного зацепления, и дугой окружности WB с радиусом $R=WD$, где W – полюс передачи, D – точка пересечения нормалей в текущих точках эволюты, расположенная от межцентровой линии WZ на расстоянии, равном коэффициенту разновидности k , под углом зацепления α в полюсе передачи.

Радиус кривизны эволюты

$$\rho = \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{z''}, \quad (1)$$

откуда

$$z'' = \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{\rho}. \quad (2)$$

Пусть радиус кривизны возрастает по линейному закону от начального значения $\rho_0 = kn / \sin \alpha$,

$$\rho_0 = kn(1 + px) / \sin \alpha. \quad (3)$$

Тогда дифференциальное уравнение эволюты

$$z'' = \frac{(1 + z'^2)^{3/2} \sin \alpha}{kn(1 + px)}, \quad (4)$$

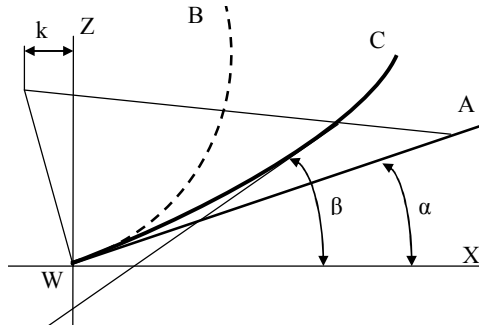


Рисунок 1 – К выводу уравнения эволюты

где между углом зацепления в полюсе передачи и производной в начале координат $z'(0)$ существует связь

$$\sin \alpha = \frac{z'(0)}{\sqrt{1 + z'(0)^2}}. \quad (5)$$

Следовательно, уравнение (4) можно записать в таком виде

$$z'' = \frac{(1 + z'^2)^{3/2} z'(0)}{kn(1 + px)\sqrt{1 + z'(0)^2}}, \quad (6)$$

где коэффициенты n и p можно варьировать из условия необходимых характеристик эволюты.

Решение уравнения (6) для первоначальных значений $n=30$ и $p=2$, полученное с помощью программного комплекса Vissim для варианта $\alpha=20^\circ$ и $k=3$, имеет вид

$$z = 0,176327x + 6,55717x^3 + 0,001x^5 + 0,06x^7, \quad (7)$$

а для $p=0,5$ при том же значении коэффициента n

$$z = 0,176327x + 0,326322x^3 + 0,001x^5 + 0,06x^7. \quad (8)$$

Вид эволюты представляет кривую, очень близкую к кубической параболе, так как коэффициенты при пятой и седьмой степени аргумента в уравнениях (7) и (8) очень малы. Определяющими являются коэффициент при аргументе

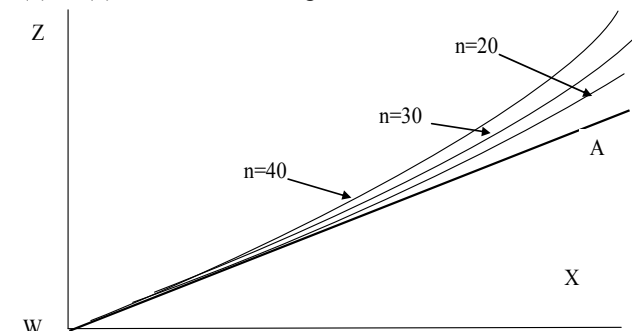


Рисунок 2 – Зависимость вида эволюты от коэффициента n

первой степени, который зависит от угла зацепления в полюсе передачи, и от коэффициента при третьей степени аргумента.

Графики эволюты для различных значений коэффициента n приведены на рисунке 2, из которых можно сделать вывод, что с уменьшением

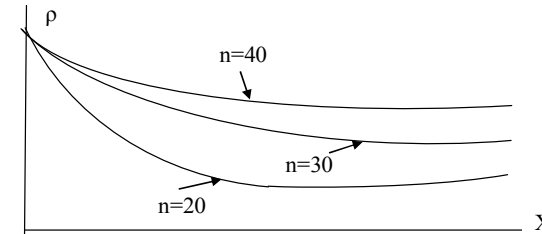


Рисунок 3 – Зависимость радиуса кривизны эволюты от коэффициента n

коэффициента n эволюта приближается к прямой WA .

Графики изменения радиуса кривизны приведены на рисунке 3. Из этих графиков видно, что радиус кривизны эволюты вначале уменьшается, а затем возрастает, но первоначального значения не достигает.

Выводы. На основании исследований устанавливаем, что эволюта эволенты не будет прямой линией и, более того, будет иметь зону перегиба.

1. Составлено дифференциальное уравнение эволенты.
2. Установлена зависимость вида эволенты от введенных коэффициентов n и p .
3. Построена зависимость радиуса кривизны эволенты от введенных коэффициентов.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.
2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.
3. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.10, т.2. – С.99-102.

Поступила в редколлегию 03.05.12

УДК.621.833

А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;
В.И. ВЕРБИЦКИЙ, к.ф.-м.н., ХНАДУ "ХАДИ";
С.В. АНДРИЕНКО, преподаватель ХНАДУ "ХАДИ"

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

В статье приведены формулы для контактных напряжений в зубчатом зацеплении эволютных передач и проведено их сравнение.

В статті наведені формули для контактних напруг в зубчастому зацепленні еволютних передач і порівняні між собою.

In this article formulas for contact stress in evolute gearing are brought and compared with itself.

Постановка вопроса. Для определения контактных напряжений в зубчатом зацеплении эволютных передач формула Герца в общем случае не применима. Для этих случаев необходимы другие формулы.

Цель работы – получить формулы, обеспечивающие достаточную точность.

Основная часть. Общие положения:

а) закон Гука, записанный в виде

$$\sigma = \frac{\Delta}{H} E, \quad (1)$$

где Δ – деформация в контакте; H – глубина деформации (см. рисунок); E – модуль упругости материалов;

б) полуширина площадки контакта связана с глубиной деформирования для малых деформаций формулой

$$a = \sqrt{2\Delta R}; \quad (2)$$

в) полная сила в контакте

$$P = 2\sigma_{cp}ab, \quad (3)$$

где σ_{cp} – средние напряжения; b – длина площадки контакта.

1. Пусть напряжения распределены по закону косинуса

$$\sigma = \sigma_m \cos \frac{\pi x}{2a}, \quad (4)$$

где σ_m – максимальные контактные напряжения. Тогда полная сила в контакте

$$P = \sigma_m b \int_0^a \cos \frac{\pi x}{2a} dx = \frac{2}{\pi} \sigma_m ba. \quad (5)$$

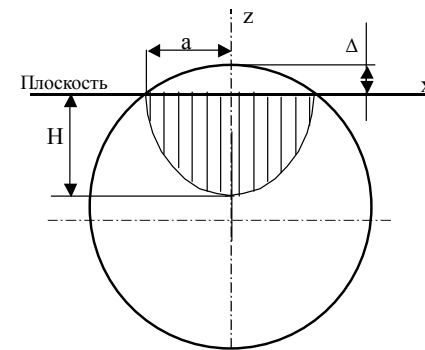


Рисунок – Зона контакта цилиндра с плоскостью

Принимая закон изменения зоны деформирования по тому же косинусу

$$H = H_0 \cos \frac{\pi x}{2a}, \quad (6)$$

и полагая, что на границе полуширины площадки контакта касательная к закону деформирования направлена к центру, установим

$$\frac{\pi H_0}{2a} = \frac{R}{a}, \quad (1)$$

следовательно,

$$H_0 = \frac{2R}{\pi}. \quad (8)$$

Сравнивая формулы для полной силы (3) и (5), имеем

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_m}{\pi}, \quad (9)$$

а подставляя (2) в (3), получим

$$P = bE\sqrt{2\Delta^3/R}, \quad (10)$$

откуда

$$\Delta = \sqrt[3]{\frac{P^2 R}{2b^2 E^2}}, \quad (11)$$

и тогда

$$\sigma_m = \sqrt[3]{\frac{P^2 E}{2b^2 R^2}} = 0.841 \sqrt[3]{\frac{P^2 E}{b^2 R^2}}. \quad (12)$$

2. Если принять закон распределения напряжений по параболе

$$\sigma = \sigma_m \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), \quad (13)$$